

II. — MEMORIE E RELAZIONI.

A. — LA FOTOTOPOGRAFIA.

*per P. PAGANINI, ingegnere dell'Istituto Topografico militare
incaricato dei lavori di Fototopografia.*

(con una tavola)

Les images photographiques étant soumises dans leur formation aux règles de la géométrie, permettront, à l'aide d'un petit nombre de données, de remonter aux dimensions exactes des parties les plus élevées, les plus inaccessibles des édifices... Nous pourrions, par exemple, parler de quelques idées qu'on a eues sur les moyens rapides d'investigation que le topographe pourra emprunter à la photographie.

ARAGO (1839).

Dans la photographie la perspective du paysage de chaque objet est retracée avec une exactitude mathématique; aucun accident, aucun trait même n'échappe à l'œil et au pinceau du nouveau peintre.

GAY-LUSSAC.

Dass die « Photogrammetrie » in vielen gewissen Fällen mit ausserordentlichem Vortheil angewendet werden könnte, z. B. bei schwer zugänglichen Gebirgen und auf Entdeckungsreisen, erscheint beim ersten Blick auf die Sache zweifellos.

W. JORDAN.

I.

Nel giugno dell'anno 1878 la Direzione dell'Istituto Topografico Militare m'impartiva le seguenti istruzioni:

1° Studiare se la fotografia era possibile in alta montagna e si potevano ottenere sul difficile terreno alpino dei panorami tali da coadiuvare il topografo nella rappresentazione del vero carattere di quel terreno.

2° Ottenere estesi panorami rappresentativi che, convenientemente ridotti e riprodotti colla fotoincisione, potessero servire ad illustrazione dei fogli della nuova carta d'Italia contenenti la corrispondente zona di terreno rilevata.

3° Studiare se i panorami stessi potevano tradursi in rilievo topografico.

L'applicazione della fotografia alla topografia, o fototopografia, intorno a cui si è detto molto ma poco si è fatto, perchè da poco si è pensato

a restringerne l'impiego ai casi speciali in cui essa è utile, e da poco datano i miglioramenti nell'ottica fotografica in campagna, è entrata presso noi nel campo pratico, grazie all'indirizzo che la Direzione dell'Istituto le ha dato.

In Francia, appena Daguerre presentò all'Accademia delle Scienze la sua « Memoria sulla fotografia », Arago alla Camera dei deputati e Gay-Lussac a quella dei Pari prevedevano e pronosticavano, colle parole che ho posto in fronte a questa relazione, la possibile applicazione della fotografia al rilievo topografico. — Ben presto apparvero apparecchi panoramici di uso più o meno pratico (1) ed il Porro in Italia proponeva, il primo, un apparecchio da servire esclusivamente alla topografia; egli morì, mentre attendeva con ardore all'applicazione pratica della fotografia alla Celerimensura (2). — Nel 1858 Chevallier, in Francia, ottenne la privativa per la sua « Tavoletta fotografica » che menò gran rumore per qualche tempo, grazie all'apologia che ne fecero: Alophe (3), d'Abbadie (4), Paté (5), Jouart (6), Tronquoy (7), ecc., e della quale parlano tutti i trattati di topografia, più come curiosità scientifica che come strumento di uso pratico. — Nel 1859 il comandante Laussedat, del Genio francese, eseguì rilievi con un suo apparecchio speciale di grandi dimensioni che, a parer suo, doveva sostituire tutti gli strumenti topografici esistenti (8). Il capitano Carrette, colla camera oscura e coll'aiuto del sestante, eseguiva pure piani di fortificazioni come Jouart, Wiganowski, Mouchez, Paté, ecc. (9), colla tavoletta di Chevallier — Beautemps-Beaupré ed altri aumentarono la pleiade di distinti francesi che trattarono di fototopografia.

Nè la Germania rimase addietro in questa nuova via, chè anzi, a parer mio, chi trattò più profondamente la quistione, sia dal lato teorico che pratico, fu il professore W. Jordan colla sua Memoria: « Ueber die Verwertung der Photographie zu geometrischen Aufnahmen » (10). — L'illustre professore diede alla fototopografia o fotogrammetria (come viene chiamata in Germania) il suo vero indirizzo, colle parole che chiudono la di lui Memoria: « Appare al primo colpo d'occhio il fatto evidente che

(1) Di Martins, Garillo, Vidal, Brandon, Johnson et Harrison e altri.

(2) Dal 1855 Porro si occupava dell'applicazione della fotografia (fotografia sferica) alla Geodesia; egli lasciò una memoria che ha per titolo: Applicazione della fotografia alla Geodesia », inserita nel periodico « Il Politecnico » — X e XI volume — Saldini — Milano.

(3) ALOPHE « Le passé, le présent et l'avenir de la Photographie » — Paris, 1861.

(4) D'ABBADIE « Bulletin de la Société de Géographie de Paris » — 1863.

(5) PATÉ « Application de la photographie à la topographie militaire » — Paris, 1863.

(6) JOUART « Application de la photographie aux levées militaires » — Paris, 1866.

(7) TRONQUOY « Planchette photographique. »

(8) *Mémorial du Génie* — Vol. XVII.

(9) *La Photographie appliquée aux études géographiques*, par JULES GIRARD — Paris, 1871.

(10) *Zeitschrift für Vermessungswesen von Dr. W. JORDAN* — Stuttgart, 1876.

« la fotogrammetria può con straordinari vantaggi venire impiegata in molti « casi conosciuti, ad esempio: per monti di difficile accesso e per le esplo- « razioni. » — Egli accenna altresì ai lavori di fotogrammetria eseguiti da Meydenbauer (1) ingegnere di Iserlohn, fino dal 1866, come pure ad un « Rilievo fotogrammetrico dei dintorni di Freiburg col sistema di Mey- denbauer » (2).

Nel 1875, al nostro Istituto Topografico, il tenente di stato maggiore ora capitano, sig. Michele Manzi, in seguito ai lavori di rilievo nell'Abbruzzo (nei quali era compreso il gruppo del Gran Sasso), con un suo rapporto richiamò l'attenzione di chi allora dirigeva l'Istituto, sull'utilità di servirsi della fotografia quale ausiliaria del rilievo di alta montagna; nell'anno seguente egli eseguì in proposito nuove esperienze intorno al Moncenisio, ma poi la cosa morì, dacchè il predetto ufficiale fu chiamato ad altri incarichi. — Finalmente nell'anno 1878, colle istruzioni che ho accennato in principio di questa relazione, l'Istituto riprendeva gli studi sull'applicazione pratica della fotografia al rilievo della cresta alpina, per la formazione della nuova carta d'Italia.

Per rispondere ai tre quesiti ad un tempo e nel modo più semplice e pratico, feci ridurre dall'officina « Galileo » di Firenze un apparecchio fotografico comune, in uno strumento speciale (teodolite-camera oscura) che, oltre al produrre estesi panorami esenti da deformazione, li correda, colla fotografia stessa, degli elementi necessari, onde in ufficio tradurre gli accennati panorami in rilievo topografico.

Famigliarizzatomi quindi con uno dei migliori procedimenti fotografici al collodio secco, nell'estate dello stesso anno 1878 feci le prime prove nelle Alpi Apuane. — Il capitano di stato maggiore sig. Piano Federico che dirigeva, nello stesso tempo e nella stessa regione, una sezione di topografi e molto s'interessò dei miei lavori, confermò pienamente con un suo rapporto le previsioni fatte antecedentemente e che informarono la Direzione dell'Istituto nell'impartirmi le accennate istruzioni. Riportai da quella campagna, quantunque poco favorito dal tempo, 17 panorami (con 110 prospettive), per mezzo di otto dei quali ho eseguito a Firenze, come primo saggio, il rilievo delle cave di Colonnata presso Carrara, un totale cioè di circa 15 chilom. quad. alla scala di 1 : 25,000, colle curve altimetriche di 5 in 5 metri.

In seguito a queste prime prove furono fatte importanti modificazioni all'apparecchio che già aveva adoperato; il procedimento fotografico al collodio secco, se poteva servire, nelle Alpi Apuane, meglio di quello al col-

(1) Deutsche Bauzeitung — 1873 — pag. 265.

(2) Archiv für die Offiziere des K. preuss. Artillerie und Ingenieur-Corps — Vol. 63 — 1868.

lodio umido, era inefficace per le grandi Alpi, per cui senza esitazione tentai i nuovi processi alla gelatina bromurata che in Inghilterra, grazie a Kennett, Maddox, Palmer, Milsem, Abney e altri, cominciavano allora a destare l'attenzione. All'obbiettivo che servi precedentemente, sostituii un eccellente aplanatico di Steinheil, modificando con un nuovo congegno il movimento di esso e la graduazione relativa, nonchè i mezzi meccanici per ottenere, colla fotografia stessa, la linea d'orizzonte e il punto principale sulle prospettive; con altre secondarie modificazioni, sia all'istrumento, sia nel lavoro di campagna che in quello d'ufficio, potei, nel successivo anno 1879, rappresentare al 25,000 la Serra dell'Argentera, parte più elevata ed aspra delle Alpi Marittime, colle curve di livello di 10 in 10 metri, servendomi dei panorami eseguiti in 15 stazioni elevate, con un totale di 113 prospettive, e durante una campagna di soli due mesi e mezzo. Il rilievo, eseguito nell'inverno a Firenze, è di 73 chilom. quadrati e, determinato da 490 punti quotati, esso rappresentava già un lavoro utile, in quanto che quel terreno era stato per lo innanzi, nelle vecchie carte, mal determinato a causa della sua ardua praticabilità (1).

Nel passato anno 1880, dietro i buoni risultati che testè ho accennati, ottenni di eseguire il rilievo del Gran Paradiso, che scelsi a preferenza del Monte Bianco, perchè meno studiato, e perchè il più elevato (4061 metri) fra i monti interamente italiani. D'altronde esisteva già l'importante rilievo del Monte Bianco eseguito dal Viollet-Leduc in 7 anni, alla scala di 1 : 40,000, cosicchè, limitandoci noi al solo versante italiano di esso, la cosa è ben più semplice che per il Gran Paradiso co'suoi tre versanti: dell'Orco, della Savaranche e di Cogne. Era invece mio desiderio attaccare direttamente il terreno che presentava difficoltà più serie, onde arrivare più presto ad una conclusione e tagliar corto alle obiezioni insorte contro questo nuovo metodo di rilievo; obiezioni che, secondo me, non avevano altro fondamento che il passato, fino allora poco fecondo, di questa nuova applicazione della fotografia.

I risultati di questa campagna furono più che soddisfacenti: in tre mesi riportai gli elementi per la rappresentazione planimetrica ed altimetrica di circa 200 chilometri quadrati al 50,000, con 24 panorami (191 prospettive) eseguiti in stazioni elevate intorno a 3,000 metri.

In attesa degli elementi dei punti geodetici del terreno da me trattato e determinati in questo anno dalla 1^a Divisione dell'Istituto, mi occupai di risolvere il secondo quesito stabilitomi dalla direzione, quello cioè riguardante i panorami rappresentativi da riprodursi colla fotoincisione.

(1) Per una critica in proposito « studi sulla Serra dell'Argentera » vedi il n. 67, febbrajo, 1880, del « The Alpine Journal » di Londra.

Presentai come tipo una traduzione fedele, in tratteggio a penna, di uno dei panorami fotografici riportati ultimamente; per le norme a cui mi attenni, i panorami ottenuti in tal maniera sono esatte riduzioni geometriche dell'orizzonte che essi abbracciano.

Cogli elementi riportati dall'ultima campagna, io lavoro attualmente al rilievo della parte occidentale del gruppo del Gran Paradiso e conto, coi panorami che riporterò dalla campagna di quest'anno, di compierne il rilievo dell'intero massiccio (dalla Levanna alla Rosa dei Banchi) per la metà del 1882. Se il rilievo dell'Argentera, antecedentemente fatto con questo metodo, non bastò a convincere tutti della sua superiorità sui metodi ordinari, quando, ben inteso, si tratta del difficile terreno alpino, sono persuaso che il confronto del rilievo a cui attendo, con quello dell'istessa regione che si farà quest'anno dall'Istituto coi metodi ordinari, varrà a rendere incontestabile questa superiorità e a dare alla fototopografia il posto che le spetta.

La scienza e l'industria richiedono ora dalla topografia una maggiore esattezza e non possono tollerare più oltre l'esistenza, in un paese civile, di estese zone di terreno poco studiate e incompletamente rilevate. Era vivamente sentito il bisogno di un metodo di rilievo più celere, esatto ed economico per certe zone di terreno montuoso, dove, ai punti di difficile accesso, si alternano quelli assolutamente inaccessibili e dove, le intemperie le nevi e il ghiaccio dominano tutto l'anno; siccome d'altra parte i mezzi attuali di cui dispone l'ordinaria topografia non sono molto diversi di quelli del passato, che furono insufficienti per questi terreni speciali, dove neppure sono di molto cambiate le condizioni di viabilità, così, per la rappresentazione di essi, negli attuali rilievi, non era da aspettarsi un gran progresso.

In queste località, solo nell'estate si può lavorare utilmente; anche nella migliore stagione si manifesta l'incostanza del tempo e quasi tutti i giorni dense nebbie o coronano le vette, oppure dai venti sono balestrate da una vallata all'altra. Un operatore, anche se si trova nelle migliori condizioni di attendamento per i suoi lavori, dovrà sempre percorrere lungo e faticoso cammino, prima di giungere ad un punto rimarchevole qualunque, prescelto per stazione topografica; non potrà abbandonare la tenda prima di giorno, nè si lascerà sorprendere dalla notte sul ghiaccio, o fra rocce perigliose lungi dall'attendamento, tanto più con individui che portano apparecchi voluminosi e che mal si prestano al trasporto, come la tavoletta pretoriana, stadia, diottra, ombrello, ecc., ecc..

È noto che il topografo, nelle circostanze ordinarie del rilievo, posatosi in stazione, può per intersezione o colla stadia, determinare la posi-

zione e la quota dei punti più salienti del terreno per mezzo di un breve calcolo, e quindi, coll'esame del terreno stesso quale gli si para d'innanzi, col percorrerlo e colle informazioni può, in generale, inserire fra i detti punti le curve orizzontali e i particolari di esso. Per le condizioni invece testè accennate si capisce facilmente che, se si lavora per intersezione, ben poche direzioni si possono prendere in una giornata e che la considerazione è più scoraggiante ancora, se si parla d'inviare la stadia, sia per la perdita di tempo, sia per il pericolo a cui si espongono i portastadia. È difficile che gli strumenti dell'ordinaria topografia possano trasportarsi negli stessi punti in cui si può fare una stazione panoramica, con un apparecchio come quello da me ideato (1), ma ammesso che nella generalità dei casi ciò avvenga, specialmente se non si fa considerazione di spesa, è certo che i punti salienti si determinano nel minor numero possibile, la stadia diventa inutile, non si possono che in tutta fretta riprodurre le forme del terreno; non si può percorrerlo a volontà, se non è nulla, è molto incerta anche l'informazione e breve è il tempo in cui le forme del terreno si veggono ben delineate; sono questi dei fatti che indiscutibilmente rendono difficile, lungo e costosissimo il rilievo delle più elevate regioni alpine colla tavoletta pretoriana.

Si consideri invece che nella generalità dei casi si può eseguire una stazione panoramica nei punti di più difficile accesso, in un'ora. Con due o tre stazioni convenientemente situate, si può aver la planimetria e l'altimetria di una zona estesa di terreno. Ogni panorama rappresenta un numero infinito di direzioni da un punto determinato trigonometricamente ai punti del terreno abbracciato dal panorama; epperò quella zona può essere determinata nel rilievo da un numero di punti che si possono moltiplicare fino a quanto l'esattezza richiesta, la pazienza e il graficismo lo permettono. Il panorama rimane come potente ausiliare del disegnatore e quale esatto controllo del lavoro fatto; certi segni caratteristici delle rocce, dei ghiacciai, la direzione degli strati, le sinuosità, come pure le capanne, le strade, i sentieri, se possono sfuggire a chi è costretto ad inserire ad occhio e in tutta fretta i particolari nel rilievo, colla calma dell'ufficio e colla pazienza si ritrovano invece sul panorama; molteplici ripieghi e controlli si ritrovano nel procedere del lavoro d'ufficio, per la esatta rappresentazione del terreno, i panorami per se soli sono fedeli immagini del terreno che comprendono e quindi possono servire sia d'illustrazione dei rilievi eseguiti, come per completare di particolari i plastici che se ne ri-

(1) L'apparecchio di cui mi servii, quantunque costruito solidamente per poter resistere, mentre è in stazione, ai venti e alle intemperie delle più elevate regioni alpine, può, convenientemente suddiviso per peso e volume, venir facilmente trasportato anche nei punti di più difficile accesso da tre individui.

cavano. Non occorrono confronti per accorgersi immediatamente che le spese di campagna sono minime e possono essere largamente compensate dalla facile rivendita di pittoreschi panorami.

Infine è da considerare che le teoriche, alle quali mi appoggiai, e le ipotesi ammesse, sono di esattezza più che sufficiente per il nostro caso speciale e che l'applicazione pratica di esse si riduce alla risoluzione grafica dei più semplici problemi di geometria descrittiva e si sarà convinti con me, che per il tempo, per la spesa e per l'esattezza, questo metodo di rilievo sarà in avvenire il preferito:

1° Per i terreni difficili di cui ho parlato, dove coi metodi ordinari manca il controllo, qui più che altrove necessario, mentre anche più difficile vi riesce la sorveglianza del lavoro.

2° Per riportare schizzi topografici e vedute corrispondenti dei luoghi visitati nei grandi viaggi scientifici (1), nelle esplorazioni in terreno nemico, mal sicuro o malsano e nelle ricognizioni militari d'oltre frontiera.

3° Per le navi da guerra o armate per viaggi scientifici, onde riportare vedute e schizzi topografici e idrografici di coste nemiche o sconosciute, eseguendo due o più stazioni, anche nello stesso tempo da parecchi ufficiali, su punti di quelle coste prescelti da bordo stesso, avendo cura di comprendere nei panorami la nave, le lance, le boe, i gavitelli o altri segnali stabili, dai quali si sia scandagliato il fondo.

Da quanto ho esposto appare chiaramente che, essendo quest'applicazione entrata nel campo pratico, non solo la topografia delle Alpi migliorerà, ma ne avranno altresì vantaggio la geologia, l'industria, la scienza militare, la marina e più di tutte la Geografia.

II.

Gli obbiettivi fotografici moderni permettono di ottenere, entro certi limiti, delle vere prospettive geometriche, e secondo l'esattezza del rilievo

(1) Da quanto ho potuto constatare, le differenze di clima e di temperatura non hanno alcuna influenza sulla bontà delle pellicole di gelatina bromurata (mi servii di quella di R. Kennett e *Instantaneous and ordinary rapid pellicle* a) e sulle lastre apparecchiate, anche un anno prima, con dette pellicole; lo strato che ne risulta è dotato di grande adesione al vetro e di molta consistenza, proprietà che aumentavo coll'aumentare del tempo trascorso dalla loro preparazione. — Infatti delle lastre portate nel settembre 1879 sulle Alpi Marittime, conservate nell'inverno e primavera a Firenze ed esposte alla camera oscura nell'agosto 1880 sulle Alpi Graje, diedero i migliori risultati. Senza enunciare tutti i vantaggi, che mi facevano prevedere fino d'allora, come nei processi alla gelatina a bromuro d'argento stesse l'avvenire della fotografia, dirò che tali vantaggi mi permisero di eseguire stazioni panoramiche elevatissime, tenendo mano per 15, o 20 giorni, nelle peggiori condizioni di tempo e al solo riparo di una tenda, cento e più vetri preparati, svilupparli anche un mese dopo l'esposizione alla camera oscura e non perdere un negativo. — Grazie a Monckoven, Abney, Eder, Burton-Jones, Vogel, Carey-Lea, Bolton, Andra, Hardy, Kennett, Beunett, Obernetter, Stas, Bascher ed altri, il processo alla gelatina bromurata ha grandemente progredito in questi due o tre ultimi anni, epperò con eguale rapidità si è propagato nel mondo civile.

che se ne vuol ricavare, si può, per un dato obbiettivo, determinare, sulla prospettiva fotografica ottenuta collo stesso, lo spazio entro cui sono trascurabili gli effetti delle varie aberrazioni delle lenti dell'obbiettivo sulle immagini. Parlerò in seguito del modo di determinare tali limiti; per ora basta sapere che, per il nostro caso pratico, non si ha a fare che con semplici prospettive geometriche. Appare altresì chiaramente che, perchè questi limiti siano per quanto è possibile estesi, occorrono obbiettivi speciali, come l'aplanatico di Steinheil o il « rectilinear » di Dallmeyer, mentre non servirebbero allo scopo gli obbiettivi semplici che ordinariamente si usano per paesaggi, poichè con essi le immagini risultano affette da distorsione, a meno che non si trattasse che di semplici schizzi topografici ad illustrazione di viaggi od esplorazioni.

Perchè una prospettiva possa servire convenientemente allo scopo di rilievo è necessario:

1° Conoscere la *distanza del suo punto di vista dal piano della prospettiva*, cioè la lunghezza della normale a questo piano condotta dal detto punto.

2° Che sopra di essa sia segnato il punto d'incontro di questa normale col piano stesso della prospettiva, cioè il *punto principale*.

3° Che sopra di essa sia tracciata la retta che indica l'intersezione del piano orizzontale che passa per il punto di vista col piano della prospettiva, cioè la *linea d'orizzonte*.

4° Conoscere l'*orientamento del punto principale o della prospettiva*, cioè l'angolo che la normale dal punto di vista al piano prospettico fa con una direzione orizzontale conosciuta.

5° Che questa prospettiva sia presa da un punto del terreno, in qualsiasi modo ben determinato.

Noi dovremo trattare quasi sempre con prospettive, il cui punto principale trovasi sulla linea d'orizzonte del punto di vista, cioè con prospettive verticali; facendo passare per il punto principale una perpendicolare alla linea d'orizzonte, avremo un sistema di assi ortogonali, la cui origine è il punto principale e ai quali potremo riferire tutti gli altri punti della prospettiva.

Tutti gli elementi sopra indicati della prospettiva, cioè la distanza del punto di vista dal piano prospettico, il punto principale, la linea d'orizzonte, l'orientamento di essa, nonchè gli elementi per calcolare la posizione del punto di stazione, si possono ottenere contemporaneamente alla prospettiva stessa, mediante l'apparecchio da me ideato. Sia col calcolo, sia con metodi grafici a seconda dell'esattezza richiesta, si possono sempre controllare o rettificare gli elementi così ottenuti, oppure determinare le costanti d'errore delle indicazioni che l'apparecchio fornisce.

Sia V (Fig. 1) un punto del terreno in qualsiasi modo determinato, dal quale si prende la prospettiva verticale mn , e siano i varî punti di essa rispettivamente sui raggi visuali, dal punto di vista V ai corrispondenti punti del terreno in essa rappresentato. Se VP è la normale al piano mn , il loro punto d'incontro P sarà il punto principale della prospettiva. L'orientamento della prospettiva o del punto principale è l'angolo che la normale VP fa col meridiano (dato da una bussola) o più comunemente colla posizione orizzontale della visuale dal punto V ad un punto conosciuto del terreno, cioè un segnale geodetico od altro punto ben determinato; così nella Fig. 1, se S' è l'incontro della verticale del punto geodetico S col piano orizzontale passante per V , l'angolo PVS' sarà l'orientamento della prospettiva mn . Se si tien conto di quest'angolo, nel mentre si prende la prospettiva mn , è evidente che si potrà poi segnare nel piano del disegno la direzione della normale VP (Fig. 1 bis) e conoscendo la lunghezza VP , si potrà altresì segnarvi il punto principale, nonchè la traccia oo' (perpendicolare nel punto P alla VP) della prospettiva orientata rispetto alla direzione nota VS' .

Consideriamo ora i punti del terreno $A, B, C, \dots$ (Fig. 1), che hanno la loro immagine rispettivamente in $a, b, c, \dots$ sulla prospettiva mn . Siano $A', B', C', \dots$ i punti d'incontro delle verticali di ciascuno di essi, col piano orizzontale che passa per V ; le rette $VA', VB', VC', \dots$ rappresentano rispettivamente le direzioni orizzontali dal punto V ai punti $A, B, C, \dots$ — Tali direzioni avranno la loro traccia sul piano prospettico rispettivamente in $a', b', c', \dots$ e precisamente sulla linea d'orizzonte. Chiamerò *orientamento dei punti secondari* gli angoli che le direzioni orizzontali, dal punto di vista V a questi punti, fanno colla normale VP al piano prospettico. I piani $VAA', VBB', VCC', \dots$ sono piani verticali per cui le loro intersezioni $aa', bb', cc', \dots$ col piano prospettico saranno pure verticali, epperò perpendicolari alla linea d'orizzonte oo' .

Basterà adunque condurre dai punti $a, b, c, \dots$ (Fig. 1) della prospettiva mn , le perpendicolari alla linea d'orizzonte, cioè le ordinate y , e quindi portare nel piano del disegno (Fig. 1 bis) dal punto P , sulla traccia oo' della prospettiva *orientata*, le quantità $Pa', Pb', Pc', \dots$ cioè le x , per avere immediatamente sul disegno le direzioni $VA', VB', VC', \dots$ dal punto di stazione V ai punti $A, B, C, \dots$ del terreno, epperò gli orientamenti loro $PVA', PVB', PVC', \dots$.

Supponiamo ora, in un altro punto V' (Fig. 2) di posizione nota, di aver presa la prospettiva pq , sulla quale si trovino rappresentati gli stessi punti $A, B, C, \dots$ del terreno precedentemente considerato e della quale si conosca l'orientamento $S' V'P'$. Eseguendo sulla prospettiva pq e sul

piano del disegno (Fig. 2 bis) le stesse operazioni eseguite per la prospettiva mn , si avranno i punti a''' , b''' , c''' ,.... sulla traccia $o''o'''$ della prospettiva pq orientata, nel piano del disegno, e quindi le direzioni $V'A_2$, $V'B_2$, $V'C_2$,.... della stazione V' , ai punti A, B, C ,.... del terreno. Poichè tali punti devono trovarsi altresì sulle direzioni VA_1 , VB_1 , VC_1 ,.... per la precedente costruzione, così la loro posizione nel piano del disegno sarà determinata dall'intersezione delle direzioni orizzontali dal punto V' , alle immagini, sulla prospettiva mn , dei detti punti, colle corrispondenti direzioni orizzontali dal punto V' alle immagini, sulla prospettiva pq , degli stessi punti A, B, C ,.... del terreno. — Da quanto si è detto scorgesi immediatamente la facilità con cui si può ricavare la rappresentazione planimetrica di una data zona di terreno, da prospettive ottenute nelle accennate condizioni, da diverse stazioni e che, due a due, contengano degli stessi punti di tale zona.

Si vede, dalla Fig. 2, che il punto S noto, entra nella prospettiva pq ; S'' sia la proiezione della sua immagine sulla linea d'orizzonte $o''o'''$ della prospettiva; ammesso che nel piano del disegno, V' sia ben situato (Fig. 2 bis), se la determinazione del punto P' e le operazioni grafiche per la situazione della traccia $o''o'''$ furono esatte, la direzione $V'S_2$ che passa per S'' , deve passare altresì per il punto S antecedentemente situato nel piano del disegno.

La rappresentazione altimetrica del terreno, nel piano del disegno, si ottiene anche molto semplicemente, poichè, avendo l'altezza della stazione, di V' per es. (Fig. 2), si avrà contemporaneamente la quota della linea d'orizzonte della prospettiva pq , epperò anche quella dei punti del terreno che hanno la loro immagine su questa linea. Rimane dunque a determinare l'altezza degli altri punti A, B, C ,.... del terreno sul piano orizzontale che passa per V' , la traccia del qual piano si trova appunto essere $o''o'''$ sulla prospettiva. — Se, come già si disse, A'' è la proiezione orizzontale del punto A su tale piano, AA'' sarà la differenza di livello fra A e V' cioè ciò che si vuol trovare. Dai triangoli $AA''V'$ e $a''a'''V'$ simili, si ha:

$$AA'' = \frac{A''V' \times a''a'''}{a'''V'} = \frac{D \cdot y}{d} \dots (1)$$

in cui $a''a'''$ è l'ordinata y del punto a'' della prospettiva e che può misurarsi sulla prospettiva stessa ed $A''V'$ ed $a'''V'$ sono le distanze orizzontali del punto A e della sua immagine a'' , dal punto V' , le quali si misurano sul disegno. La differenza di livello così ottenuta sarà positiva o negativa secondo che il punto trovasi rappresentato sulla prospettiva al disopra o al disotto della linea d'orizzonte, epperò verrà aggiunta o sottratta alla quota del punto di stazione V' per avere la quota del punto A .

Si può nella stessa maniera determinare la differenza di livello fra il punto A e la stazione V ricavandola dalla prospettiva mn la cui traccia è in oo' sul disegno, e, se le misure o le operazioni grafiche eseguite sono esatte, si deve ottenere lo stesso risultato.

Per il nostro caso particolare, avendo a trattare generalmente con punti la cui differenza di livello col punto di stazione è molto sensibile, mentre è relativamente limitata la distanza loro dalla stazione, epperò anche gli angoli e le ordinate corrispondenti sulla prospettiva abbastanza grandi e facili a misurarsi (cosa che non succederebbe se si volesse applicare un tal metodo di rilievo sopra terreno piano o poco ondulato), si può benissimo servirsi della nota relazione, sulla quale sono fondate le tavole delle tangenti che si usano in topografia, deducendo dalla prospettiva l'altezza angolare del punto A del terreno; infatti dal triangolo VAA' (Fig. 1) rettangolo in A' si ha:

$$(2) \dots \tan V = \frac{AA'}{VA'} = \frac{l}{D}, \text{ essendo } l \text{ la differenza di livello fra}$$

il punto A e la stazione V , e D la distanza orizzontale del punto A dalla stazione stessa; ma si ha altresì dal triangolo Vaa' rettangolo in a' :

$$(3) \dots \tan V = \frac{aa'}{Va'} = \frac{y}{d}, \text{ in cui } y \text{ è l'ordinata dell'immagine } a$$

dal punto A , e d è la distanza orizzontale di questa immagine dalla stazione V , elementi che si ricavano dalla prospettiva e dal disegno, come già si disse.

L'altezza dei vari punti secondari può adunque determinarsi molto semplicemente; l'operazione si riduce all'uso di un compasso speciale formato di due righe unite per una delle loro estremità ad un perno, intorno a cui possano rotare; una di queste righe è munita di due regoli scorrevoli lungo il lembo di essa, mantenendosi perpendicolari al lembo stesso, in modo da potere con tal compasso trovare uno degli elementi dei due triangoli simili considerati nella (1) conoscendo gli altri tre. Se invece si vuol la quota per mezzo dell'altezza angolare ricavata dalla prospettiva, allora basta un solo regolo scorrevole, ma allora bisogna che il compasso sia munito di un cerchio graduato, con nonio fissato all'altra riga e col suo centro al centro di rotazione dell'istrumento, per, potervi leggere l'angolo sotteso dall'ordinata y misurata (dal regolo scorrevole) sulla prospettiva. Coll'angolo così ottenuto e colla distanza D misurata sul disegno, si ricorre all'ordinaria scala metallica colla riduzione all'orizzonte che si adopera in topografia. Questa operazione è però sempre abbastanza lunga per le varie collimazioni necessarie onde ottenere sufficiente esattezza. Con uno spillo nel punto di stazione, sul grafico, una riga, una squadra, tracciando

le varie direzioni e le perpendicolari a queste, col lapis, e prendendo le ordinate direttamente col compasso sulla prospettiva, l'operazione è più breve e più esatta; solamente occorre molta attenzione onde raccapezzarsi colla fitta rete di linee, di cui il grafico rimane coperto. Partendo da altri principî, spero abbreviare con un altro metodo la determinazione della quota dei punti secondari e restringere quindi il tempo occorrente per l'esecuzione del rilievo.

Che se invece si richiedesse molta esattezza, si possono col calcolo determinare tutti gli elementi della prospettiva. In ogni caso sarà sempre utile servirsi delle semplici relazioni che esistono fra tali elementi, per controllare l'esattezza ottenuta coi metodi grafici, nonchè rettificare alcuni degli elementi della prospettiva ottenuti con mezzi meccanici.

Sia *mn* una prospettiva verticale orientata (fig. 3). Sia *oo'* l'orizzonte, *V* il punto di vista e *P* il punto principale; *A* sia un punto dello spazio e *a* la sua immagine sulla prospettiva. La perpendicolare *aa'* alla linea d'orizzonte sarà l'ordinata *y* dal punto *a* e *Pa'* sarà la sua ascissa *x*. Chiamiamo *d* la distanza orizzontale dell'immagine *a* dal punto *V*, cioè *Va'*; *f* la distanza del piano prospettico dal punto *V*, α l'altezza angolare del punto *A* cioè *AVA'* e ω l'orientamento dello stesso, cioè *AVP*. Dal triangolo *VPA'* rettangolo in *P* si ha:

$$x = f \tan \omega \dots \dots (4)$$

e dal triangolo *Vaa'* rettangolo in *a'*:

$$y = d \tan \alpha = \frac{f}{\cos \omega} \tan \alpha \dots (5).$$

Si può ritenere che il centro ottico dell'obbiettivo sia il punto di vista delle prospettive fotografiche di cui trattiamo, e con sufficiente approssimazione si può ottenere che l'asse ottico dello stesso sia normale al piano prospettico, cioè che il punto principale della prospettiva sia l'incontro dell'asse ottico dell'obbiettivo col piano della stessa. Questo punto della prospettiva fotografica gode della proprietà di essere esente da ogni errore proveniente dalle lenti dell'obbiettivo, come pure da quello che si commette sostituendo un piano alla superficie sferica che dovrebbe realmente adottarsi, onde assolutamente costante ne risultasse il rapporto fra le dimensioni delle immagini e quelle apparenti, degli oggetti, fatto che il Porro cercò di realizzare col suo apparecchio.

Il professore Jordan, nella sua memoria antecedentemente citata, considera il rapporto esistente fra un piccolo spostamento di un dato punto sull'immagine e la corrispondente variazione angolare della visuale a questo punto, e dà l'espressione generale del rapporto d'ingrandimento, epperò anche di quello fra un piccolo cambiamento nelle ascisse e nelle ordinate e le corrispondenti variazioni degli orientamenti e degli angoli in altezza,

Tali considerazioni sono però di un ordine differente da quello del caso di cui trattiamo, e d'altronde si vede, dalla costruzione grafica accennata per la formazione del rilievo, come si tenga perfettamente conto di tale variazione come per questo solo fatto si potrebbero impiegare, per il rilievo, prospettive che abbracciano un campo molto maggiore di quello da me adottato. Allo scopo, d'altra parte, di ottenere dei panorami in cui non siano troppo sensibili le deformazioni che per tal conto si producono, per meglio rispondere, cioè, al secondo quesito propostomi dalla Direzione dell'Istituto e perchè il rilievo non venga influenzato dagli errori prodotti dalle varie aberrazioni delle lenti (errori ben più difficili a determinarsi con precisione), ho dovuto restringere, intorno al punto principale, i limiti del campo della prospettiva che devono servire, sia per la formazione dei panorami illustrativi, sia per il rilievo.

La quantità f , distanza del punto di vista dal piano prospettico, è da me ottenuta meccanicamente (salvo a controllarla in seguito col calcolo come vedremo), cioè con un'asticella graduata fissata all'obbiettivo sulla quale si legge direttamente la distanza del punto di vista dal piano prospettico, per qualunque movimento si faccia dell'obbiettivo rispetto a tale piano. Con alcuni mezzi meccanici da me adottati si può con bastante esattezza segnare, sul vetro spulito, il punto d'incontro dell'asse ottico dello obbiettivo colla superficie interna del vetro stesso; come pure si può mantenere l'asse ottico dell'obbiettivo in una direzione invariabile quando anche l'obbiettivo avanzi o retroceda e tenere conto in pari tempo degli spostamenti del suo centro ottico sopra quest'asse, epperò anche degli spostamenti del punto di vista.

L'obbiettivo si muove a vite in un tubo fissato alla camera oscura e poichè il passo di questa vite è di un millimetro, così per ogni giro dello obbiettivo intorno al suo asse, il centro ottico si sposta di un millimetro; una circonferenza divisa in dieci parti eguali, tracciata sulla superficie cilindrica esterna del tubo fissato alla camera e secondo una sezione normale alla detta superficie, serve da linea di fede e indica sull'asticella graduata il numero dei giri, cioè i millimetri, mentre l'asticella stessa indica sulla linea di fede le parti di giro cioè i decimi di millimetro della quantità f .

Con esattezza più che sufficiente si può ottenere finalmente, che l'asse ottico dell'obbiettivo sia normale alla superficie interna del vetro spulito, epperò a quella sensibile delle lastre, ossia al piano prospettico. Due fili in argento, disposti in croce, fra loro perpendicolari e situati in un piano parallelo a quello interno del vetro spulito, sono distesi sopra un telarino in acciaio. Con apposite viti si può portare il punto d'incrocio-

mento dei fili a coincidere col punto d'incontro dell'asse ottico dell'obbiettivo col piano prospettico segnato sul vetro spulito, e riprodurre quindi tale punto, colla fotografia, sulle lastre. Con esattezza più che sufficiente per il nostro scopo rimane in tal maniera segnato il punto principale sulle prospettive fotografiche; è utile di far qui osservare come l'errore che in tal maniera si può commettere nella situazione del punto principale sulle prospettive da me ottenute, che hanno cioè, un campo di 26° e la distanza f media di 240 millimetri, non ha alcuna influenza sulla esattezza del rilievo.

È utile servirsi dell'espressione data dal prof. Jordan (1) per determinare i limiti entro i quali si può situare il punto principale sopra una data prospettiva; si vede da essa, che, per una prospettiva che abbraccia 45° di orizzonte e che ha una distanza dal punto di vista di 200 millimetri, occorre che il punto principale sia segnato sopra di essa entro 2 millimetri, per non oltrepassare un errore superiore di $5'$ azimut dei vari punti della prospettiva; per le prospettive invece da me ottenute, basta che il punto principale vi sia situato entro 7 millimetri per non incorrere in errori superiori a $5'$, nelle direzioni ai punti secondari delle prospettive stesse, appena apprezzabile nelle operazioni grafiche (2).

La camera oscura si può fissare in posizione invariabile ad un disco con nonio, che ruota nel cerchio orizzontale graduato di un teodolite; per ciò si possono conoscere le varie direzioni dell'asse ottico della camera oscura, cioè della normale f , per le varie prospettive fotografiche che si prendono con detta camera. Fissato normalmente allo stesso disco e lateralmente alla camera, evvi un braccio che sostiene un eclimetro, il di cui cannocchiale porta nel suo oculare un telarino mobile con viti e munito di fili in croce per indicare la direzione del suo asse ottico.

Colle dovute rettifiche si può ottenere che i due assi ottici, della camera oscura e del cannocchiale, siano paralleli allorchè quello del cannocchiale è orizzontale, mantenendo in pari tempo il punto d'incontro di quello della camera oscura col vetro spulito, nei limiti accennati, i quali sono segnati sul vetro stesso. Ciò si ottiene mediante un punto lontano che capiti all'incrocicchio dei fili del cannocchiale orizzontale e all'incrocicchio di quelli della camera oscura. In seguito, mentre si muove lentamente la camera intorno all'asse verticale dello strumento, debitamente livellato e corretto, si osserva, attraverso al vetro spulito, se l'oggetto puntato si mantiene sul filo orizzontale della camera anche agli estremi di questo filo,

(1) • Zeitschrift für Vermessungswesen • — Volume V — 1876 — pag. 9.

(2) Nel nostro caso, in cui $f = 240$ mm. e le prospettive abbracciano 26° , bisognerebbe che l'asse ottico dell'obbiettivo deviasse dalla normale al piano prospettico, ossia alla superficie sensibile delle lastre, di quasi $2''$.

cioè se l'oggetto, che sembra muoversi, percorre il detto filo. Se ciò non avviene è segno che quest'ultimo non è orizzontale e allora mediante movimenti al telarino si ottiene anche l'orizzontalità di esso.

In tal modo le prospettive fotografiche che se ne ricavano sono corredate del loro punto principale e dalla linea d'orizzonte, in maniera da soddisfare pienamente all'esigenza di esattezza necessaria al rilievo di cui trattiamo.

Siccome f è un elemento importantissimo per il rilievo, così sarà utile sempre il verificare al principio dei lavori, se la scala che ne dà il valore è esatta, e in caso contrario determinare la costante da aggiungere o sottrarre alla lettura per averne sempre l'esatto valore. Questo si ottiene facilmente quando, come nel caso nostro, si lavora sopra un terreno antedatamente triangolato e cosparso quindi di numerosi e ben distribuiti segnali geodetici e avendo altresì a trattare con punti la cui differenza di livello col punto di stazione è abbastanza sensibile, epperò le ordinate delle loro immagini sulla prospettiva facili a misurarsi; questo fatto è importante, inquantochè permette di determinare f , riferendosi alla linea d'orizzonte che è un elemento che si ottiene sulla prospettiva con molta precisione. Basterà adunque da un punto trigonometrico (occorre sovente per i rilievi di cui trattiamo di far stazione in punti geodetici), dopo le necessarie correzioni e le accennate rettifiche, dirigere l'asse ottico del canocchiale, epperò anche il filo verticale della camera oscura, sopra un punto geodetico che sia ben distinto sul vetro spulito e che abbia la sua ordinata abbastanza grande da potersi misurare con esattezza.

In tal caso si conoscono L e D , differenza di livello e di distanza orizzontale fra il punto mirato e la stazione. Dalle relazioni (2) e (3) si ha

$$(6) \dots \frac{L}{D} = \frac{y}{d} \text{ e nel nostro caso, essendo } d = f$$

$$f = \frac{Dy}{L} \text{ ciò che si otteneva facilmente anche dalla}$$

(5), poichè in essa per $\omega = 0$

$$f = \frac{y}{\tan \alpha} \text{ e } \tan \alpha \text{ è appunto eguale a } \frac{L}{D}.$$

Si ha così un valore di f già sufficientemente esatto, quando le rettifiche per la determinazione della linea d'orizzonte furono eseguite con cura e l'ordinata y è misurata sulla lastra stessa, tenendo conto dei decimi di millimetro.

Lo stesso si può ottenere con sufficiente esattezza dirigendo il filo

verticale della camera sopra un punto qualunque e prendere una prospettiva che comprenda varî altri punti rimarchevoli qualunque, dei quali — come per quello che si è mirato — si prendano col teodolite gli angoli in altezza e le direzioni orizzontali. Allora cogli α e cogli ω così misurati, nonchè cogli x e cogli y misurati sul vetro spulito o sulla negativa, si ottiene f colle relazioni (4) e (5). Colla media dei varî valori di f (che nella generalità dei casi è già f abbastanza esatto) si può ripetere il calcolo coi nuovi valori di x e di y , fino a che si trovi concordanza.

Esporrò ora un metodo più esatto e pratico per determinare contemporaneamente i due elementi più importanti della prospettiva, cioè la distanza f del punto di vista del piano prospettico e la posizione del suo punto principale. Premetto che tale metodo, se si presta direttamente al caso speciale di cui parlo, difficilmente invece si incontrerebbero le condizioni necessarie per poterlo applicare in una soluzione generale del presente problema.

Nel procedere del lavoro di campagna per il rilievo del terreno alpino colla fotografia, occorre sovente di fare stazioni panoramiche in punti trigonometrici o circondati da punti trigonometrici che sono, come già dissi, equamente e abbondantemente distribuiti, sia il terreno di facile oppur difficile accesso; questi punti, a qualunque ordine essi appartengano, sono pur sempre determinati con grande esattezza, grazie al più elevato indirizzo che fu dato ai lavori per la formazione della nuova rete geodetica da chi ora, all'Istituto, sovrintende alle grandi e rigorose misure del nostro suolo; è anche questo, secondo me, uno dei motivi per cui la fotografia diviene possibile e può ora impiegarsi con gran vantaggio nei nostri rilievi:

Quantunque le prospettive da me impiegate non abbracciano che un campo orizzontale di 26° , pure accade che una buona parte di esse contengano due o più punti geodetici (di 191 prospettive riportate dall'ultima campagna circa 80 si trovano in questa condizione); ecco allora come si determina f , nonchè il punto principale.

Siano S ed S' le immagini di punti geodetici sulla prospettiva mn (Fig. 4) e sia V il punto di stazione, epperò determinato anche trigonometricamente. So ed $S'o'$ perpendicolari alla linea d'orizzonte della prospettiva saranno le ordinate di queste immagini, cioè y e y' . Dobbiamo cercare VP normale al piano mn e la posizione del punto P , loro incontro rispetto ai punti o e o' , cioè le ascisse x ed x' delle immagini S ed S' . Colle quantità note L e L' e D e D' che sono rispettivamente le differenze di livello e le distanze orizzontali fra la stazione V e i due punti geodetici rappresentati sulla prospettiva, nonchè con y e y' misurate con cura, sulla

prospettiva stessa si determinano d e d' distanze orizzontali delle immagini S ed S' dal punto V mediante la relazione (6):

$$d = \frac{D \cdot y}{L}, \quad d' = \frac{D' \cdot y'}{L'}$$

Dopo ciò nel triangolo orizzontale oVo' si conoscono d , d' e V misurato col teodolite, epperò si potranno determinare gli altri due angoli γ e δ colla relazione:

$$\text{tang } \frac{1}{2} (\gamma - \delta) = \frac{d' - d}{d + d'} \cot \frac{1}{2} V$$

e quindi si potrà mettere:

$$\frac{1}{2} (\gamma - \delta) = N \text{ quantità nota e siccome}$$

$$\frac{1}{2} (\gamma + \delta) = 90^\circ - \frac{1}{2} V = M, \text{ pure noto, avremo:}$$

$$\gamma = M + N \text{ e}$$

$$\delta = M - N.$$

Dai due triangoli PVo e PVo' rettangoli si ricava allora

$$f = d \text{ sen } \gamma \text{ ovvero}$$

$$f = d' \text{ sen } \delta \text{ nonchè}$$

$$x = f \cot \gamma \text{ e}$$

$$x' = f \cot \delta \text{ e gli orientamenti corrispondenti}$$

$$\omega = 90 - \gamma \text{ e}$$

$$\omega' = 90 - \delta$$

La somma $x + x'$ deve essere eguale alla quantità oo' misurata sulla prospettiva o calcolata colla formola

$$oo' = \frac{(d + d') \text{ sen } \frac{1}{2} V}{\cos \frac{1}{2} (\delta - \gamma)}$$

Nel caso che l'angolo V non fosse noto, si possono egualmente determinare gli angoli γ e δ servendoci di oo' misurata sulla prospettiva, cioè ponendo

$$p = \frac{d + d' + oo'}{2}, \text{ col mezzo delle note}$$

formole

$$\text{tang } \frac{1}{2} \gamma = \sqrt{\frac{(p - d') (p - oo')}{p (p - d')}} \text{ e}$$

$$\text{tang } \frac{1}{2} \delta = \sqrt{\frac{(p - d) (p - oo')}{p (p - d')}} \text{ e}$$

Cogli angoli α e α' , ottenuti o col mio teodolite o per mezzo della relazione (2):

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{L}{D} \text{ e } \operatorname{tang} \alpha' = \frac{L'}{D'}, \text{ si calcolano } y \text{ e } y'$$

colla (5): $y = \frac{f}{\cos \omega} \operatorname{tang} \alpha$ e $y' = \frac{f}{\cos \omega} \operatorname{tang} \alpha'$, dove il valore

di f si è ottenuto come sopra. Si potrà con questi rifare il calcolo per approssimazioni successive, quantunque la pratica non esiga tanto; come pure si può ritenere per f il medio fra i valori ottenuti con varie prospettive, per prendere le quali si sia conservata una costante posizione dell'obbiettivo; il confronto fra le indicazioni della relativa graduazione e i risultati ottenuti darà la costante d'errore, epperò la relativa correzione (1).

Per questa determinazione rigorosa degli elementi della prospettiva è necessario misurare con molta esattezza le ordinate e le ascisse sulla prospettiva stessa, epperò converrà sempre che esse siano prese sulla lastra negativa. Per questo scopo mi servo di un apposito compasso che consiste in una riga co' suoi due tagli divisi in millimetri e scorrevoli mediante una traversa a cui è unita a T , sopra un'altra riga alla quale si mantiene perpendicolare. Questa seconda riga si può fissare col suo taglio disposto lungo uno dei due assi ortogonali tracciati sulla prospettiva, mentre la prima riga si può portare con uno dei suoi tagli nel punto in cui si vuol

(1) Ecco un esempio dell'applicazione di questo mio metodo. Nel panorama eseguito per il rilievo del Gran Paradiso sul Monte Paracea o Proceas (sulla cresta delle Trecento o contrafforte fra i valloni di Ciamossaretto e di Noaschetta) i due punti geodetici: Monte Ciarforon (segnale) e Becca di Monciair (sommità), sono compresi in una stessa prospettiva. I dati per il calcolo sono i seguenti:

Altezza di Monte Ciarforon metri 3640.1

Id. della Becca di

Monciair..... » 3544.2

Id. di Monte Paracea..... » 2878.7

D = Distanza Paracea-Ciarforon » 3680.0

D' = Id. Id. -Monciair » 4480.0

L'angolo misurato fra Ciarforon e Monciair da Paracea è $F = 75^{\circ} 1'$.

Coordinate di Monte Ciarforon = $x = \text{mm.} 35.4$, $y = \text{mm.} 50.3$

» di Becca di Ciar-

foron..... = $x' = » 28.1$, $y' = » 36.2$

{ Dal Catalogo dei punti geodetici.

{ Dal libretto delle stazioni panoramiche.

{ Della negativa.

Si vuol verificare che la graduazione dell'obbiettivo indicava eguale a m. 0.2400, nonché la posizione del punto principale, cioè le ascisse x e x' e la linea d'orizzonte cioè y e y'

Le differenze di livello fra Paracea e Ciarforon, e Paracea e Monciair sono:

$$L = \text{m.} 761.4 \text{ ed } L' = \text{m.} 665.5.$$

I — Calcolo di d

$$\operatorname{Log} D = 3.6512780$$

$$\operatorname{log} y = 8.5587086$$

$$\operatorname{colog} L = 7.1768519$$

$$\operatorname{log} d = 9.3868385$$

$$d = \text{m.} 0.24369$$

$$d - d' = » 0.00058$$

II — Calcolo di d'

$$\operatorname{Log} D' = 3.5658478$$

$$\operatorname{log} y' = 8.7015680$$

$$\operatorname{colog} L' = 7.1183371$$

$$\operatorname{log} d' = 9.3858029$$

$$d' = \text{m.} 0.24311$$

$$d + d' = » 0.48680$$

misurare l'ordinata o l'ascissa; questa riga, oltre alla doppia divisione in millimetri, è munita di un cursore con una linea di fede e relativo doppio nonio, che dà i decimi di millimetro. Questo cursore si muove lungo la riga graduata mediante un bottone girevole, con pignone i cui denti ingranano in una dentiera disposta sulla riga, per tutta la sua lunghezza. In tal modo coi piccoli movimenti che si possono dare al cursore è permesso di misurare con grande esattezza anche delle piccolissime lunghezze, sia sulla negativa che sulla positiva su carta, epperò anche le ordinate e le ascisse di punti vicinissimi ai due assi ortogonali della prospettiva.

Un tale rigore però è superfluo, nell'andamento generale del rilievo, per la determinazione dei punti secondari (tranne che per controlli, o per punti importanti come quelli che devono definire la direzione di una cresta, un colle, ecc.). Le lastre negative mal si prestano alla misura diretta col compasso ordinario, alla ricognizione dei punti e alla loro individuazione con numeri o segni; d'altra parte le immagini positive su carta albuminata, se subiscono alterazioni per effetto dei diversi bagni, queste non sono però tali (nel caso nostro specialmente, in cui si adoperano prospettive poco estese) da scontentare le esigenze d'esattezza del più accurato graficismo.

$\frac{\gamma}{2} \nu = 7^{\circ} 30' 30''$	$\delta = 83^{\circ} 0' 34'' S$
$\frac{\gamma}{2} (\gamma + \delta) = 90^{\circ} - \frac{\gamma}{2} \nu = 82^{\circ} 29' 30''$	$\gamma = 81^{\circ} 58' 25'' S$
III — Calcolo di $\frac{\gamma}{2} (\delta - \gamma)$ $\log (d - d') = 6.7634280$ $\text{colog } (d + d') = 0.3106494$ $\log \cotang \frac{\gamma}{2} \nu = 0.8800831$ $\log \tan \frac{\gamma}{2} (\delta - \gamma) = 7.9561605$ $\frac{\gamma}{2} (\delta - \gamma) = 0^{\circ} 31' 4'' S$	IV — Calcolo di f $\log d = 9.3868385 \quad \log d' = 9.3858029$ $\log \text{sen } \gamma = 9.9957150 \quad \log \text{sen } \delta = 9.9967596$ $\log f = 9.3825635 \dots \dots \dots = 9.3825625$ $f = 0.241303 \dots \dots \dots = 0.241303$ Correzione della graduazione = m. v. 0.0012
V — Calcolo delle ascisse $\log f = 9.3825630 \dots \dots \dots = 9.3825630$ $\log \cot \gamma = 9.1492439 \quad \log \cot \delta = 9.0885429$ $\log x = 8.5318069 \quad \log x' = 8.4711059$ $x = 0.03403 \quad x' = 0.02956$ $x + x' = 0.06359$ Dalle misure si aveva: $x = 0.0354 \quad x' = 0.0281$ $x + x' = 0.0635$ Correzione = + 0.0014; cioè, bisogna trasportare il punto principale di mm. 1.4 verso il Monte Chiarfon disegnato sulla prospettiva.	VI — Calcolo delle ordinate $\omega = 8^{\circ} 1' 34'' S$ $\omega' = 6^{\circ} 59' 25'' S$ $\log L = 2.8876129 \quad \log L' = 2.8231481$ $\text{colog } D = 6.4341522 \quad \text{colog } D' = 6.3487220$ $\log \tan \alpha = 9.3157651 \quad \log \tan \alpha' = 9.1718701$ $\log f = 9.3825630 \dots \dots \dots = 9.3825630$ $\text{colog } \cos \omega = 0.0042752 \quad \text{col } \cos \omega' = 0.0032404$ $\log y = 8.7026033 \quad \log y' = 2.5576735$ $y = 0.05042 \quad y' = 0.03611$ Dalle misure si aveva: $y = 0.0503 \quad y' = 0.0362$ Correzione = + 0.0001

Ciò è tanto più evidente se si considera che le ordinate e le ascisse sono portate sul grafico alla loro scala naturale, mentre i rilievi che se ne ricavano sono ordinariamente al 25,000, o al 50,000. Allora i punti presi sulla prospettiva, quando questa è ben chiara, possono essere al massimo a 5, 6 chilometri dalla stazione, cioè sul grafico a 10, 12 centimetri pel 50,000 e 20, 24 centimetri pel 25,000. Queste distanze, che pure raramente si adoperano, non arrivano ad oltrepassare il valore della normale f , che per le prospettive da me considerate è di circa 24 centimetri. Gli stessi punti adunque capitano sul grafico quasi sempre fra la prospettiva e la stazione, epperò gli errori nelle ascisse e nelle ordinate per effetto di alterazioni nella carta, errori che sono già minimi, producono errori ancor più piccoli, e quindi inapprezzabili coi mezzi grafici, nella situazione degli stessi punti sul grafico.

I panorami, che devono servire al rilievo o che devono essere tradotti in tratteggio per la riproduzione, sono da me ottenuti riunendo varie prospettive prese da uno stesso punto di vista, mantenendo costante la distanza f e costante lo spostamento dell'asse ottico per ogni prospettiva che si prende successivamente, cioè l'angolo fra le normali f di due prospettive contigue (Fig. 5). Si ottiene questo facendo rotare la camera intorno al suo asse verticale e contando gli spostamenti orizzontali del suo asse ottico sopra il lembo orizzontale dell'apparecchio. Se ω è l'orientamento della prima prospettiva oPo' e β è lo spostamento costante per uno stesso panorama, $\omega + \beta$, $\omega + 2\beta$, $\omega + 3\beta$... saranno gli orientamenti delle prospettive successive $o^{II}Po^{III}$, $o^{IV}Po^{V}$, $o^{VI}Po^{VII}$... che compongono il panorama. Il valore che si dovrà dare a β dipenderà dalla qualità dell'obbiettivo e dall'esattezza che si richiede nel rilievo, cioè dai limiti sulla prospettiva fotografica entro i quali le immagini rappresentate in esse si possono ritenere esenti dagli errori prodotti dalle lenti dell'obbiettivo. Per determinare questi limiti basta misurare direttamente le distanze angolari di vari punti sull'orizzonte colla direzione del punto principale data da un punto pure sull'orizzonte e confrontare questi angoli con quelli formati dalle direzioni agli stessi punti dedotti dalla prospettiva cogli accennati metodi.

Vi sarebbe ancora molto a dire, analizzando le relazioni fra i vari elementi della prospettiva, circa il grado di esattezza a cui si può arrivare, gli errori che si commettono a seconda di ipotesi diverse e i miglioramenti che si potranno ancora ottenere nel metodo pratico. Tutto ciò allungherebbe troppo questa memoria, il cui scopo è solo quello di far conoscere le norme tenute nella formazione dei rilievi da me eseguiti all'Istituto topografico, grazie alla Direzione del quale essi avranno l'onore di un posto alla Mostra del III Congresso Geografico internazionale.

In appoggio di quanto ho fin qui esposto, per chi voglia addentrarsi viepiù nella questione, citerò un'altra volta l'elegante esposizione di questa applicazione della fotografia fatta dal professore Jordan, il quale ha cercato di arrivare ad una soluzione generale di questo problema.

L'illustre professore considera dapprima delle prospettive ottenute mediante apparecchi fotografici ordinari, col concorso di un teodolite ed espone quanto si può ricavare da esse per il rilievo. Egli dà quindi le relazioni che, cogli azimut e gli angoli in altezza di punti che hanno la loro immagine sulla prospettiva, permettono di calcolare per approssimazioni successive la distanza del punto di vista dal piano prospettico (servendosi al principio del centro della prospettiva per origine delle coordinate) e per potere in fine, colle ordinate e colle ascisse esatte, tracciare l'orizzonte sulla prospettiva e il punto principale; in seguito, analizzando i diversi elementi, determina l'influenza della variazione di uno di essi sul valore degli altri e passa quindi all'applicazione pratica di tal procedimento per la rappresentazione planimetrica dell'Oasi e città di Dachel in Africa, ricavata da varie fotografie, prese con un comune apparecchio, che abbracciano 45° e prese in due stazioni diverse. La distanza fra le due stazioni fu trigonometricamente determinata per mezzo di due basi, come pure l'azimut di una stazione sull'orizzonte dell'altra per mezzo dell'ago magnetico. Infine dalle due stazioni furono col teodolite determinati all'ingiro, per intersezione, numerosi punti e altresì misurate le loro altezze angolari. Così in ogni prospettiva qualcuno di quei punti vi era rappresentato e diveniva allora possibile nel rilievo di ottenere l'orientamento delle prospettive stesse, poichè in caso diverso, trattandosi però di un comune apparecchio fotografico, epperò non conoscendo gli spostamenti del suo asse ottico rispetto ad una direzione nota qualunque, non ci sarebbe modo di segnalare la direzione sul grafico. E qui credo acconcio di far notare quanto sarà utile, in questo caso, di fissare al di sopra della camera, anche provvisoriamente, per il tempo cioè che dura la stagione panoramica, una piccola bussola di rilevamento, coi suo traguardi e linea di fede relativa, in direzione approssimata del detto asse ottico della camera, per potere tener conto degli spostamenti orizzontali di esso.

Se invece due punti noti per azimut sono segnati sulla prospettiva, con una distanza approssimata del punto di vista dal piano prospettico, si calcola il valore lineare di un grado, dal centro verso l'orlo, sulla prospettiva (tenendo conto della variazione nel rapporto di un piccolo spostamento di un punto sull'immagine e la corrispondente variazione angolare della visuale a tal punto) e si traducono così in arco le ascisse (prendendo, al principio, per origine il centro del foglio), per avere gli

orientamenti. Cogli azimut dei punti noti e cogli orientamenti degli stessi rispetto al punto principale, si avrà l'azimut del punto principale stesso e ben inteso, ciò, per approssimazioni successive, fino cioè a perfetta concordanza fra i due o più valori che si ottengono, sia per la distanza del piano prospettico, sia per l'azimut del punto principale.

In ultimo il prof. Jordan prende in considerazione fotografie ottenute con apparecchi speciali, citando i lavori fatti in Germania dall'ingegnere Meydenbauer di Iserlohn; egli pure si servi di mezzi meccanici per ottenere la linea d'orizzonte e il punto principale; la quantità f misurata da lui direttamente la ritenne poi come una quantità costante; questa ipotesi è sempre ammissibile quando si prendono le prospettive fotografiche per oggetti al di là di 400, o 500 metri, nel qual caso la distanza focale principale può ritenersi per il valore di f .

Dopo accennata e pronosticata l'utilità pratica a cui si può arrivare con apparecchi fotografici speciali ch'egli chiama fotogrammetrici, il professore Jordan conchiude colle parole che già ho citate al principio di questa memoria.

Devo notare che l'applicazione da lui fatta per l'Oasi e città di Dachel è sopra un terreno pochissimo ondulato quale è quello del deserto di Libia, epperò anche quello che meno si adatta a tal genere di rilievo. Il metodo da me esposto per determinare gli elementi della prospettiva per mezzo della differenza di livello, fra la stazione e due punti trigonometrici che hanno la loro immagine sulla prospettiva stessa, non si presterebbe per un terreno come questo. Il prof. Jordan dà un'espressione molto comoda per questo scopo, adatta principalmente per prospettive che hanno un campo orizzontale più esteso di quello delle prospettive da me adottate, quantunque egli dia pure l'espressione che permette di servirsi di punti che trovansi in prospettive diverse purchè contigue; in questo caso però è necessario ricorrere ad un terzo punto comune alle due prospettive stesse. — Per prospettive verticali, ottenute anche con apparecchi ordinari, egli si serve degli azimut di tre punti noti, ma per il caso in cui il punto principale è dato approssimativamente o si suppone che esso capiti presso a poco al centro del foglio, bastano gli azimut di due punti (1).

Conosciuti i vari elementi della prospettiva, si è visto dal principio a quanta semplicità si riduca la formazione del rilievo. Dall'ispezione dei vari panorami si vedrà che, per le condizioni diverse di distanza del terreno che rappresentano e di ampiezza d'orizzonte abbracciato, non tutti possono contemporaneamente servire ai tre scopi diversi ch'io dovevo raggiungere. Per fare della topografia è necessario che i panorami siano presi

(1) Si veda la già citata nota nella « Zeitschrift für Vermessungswesen », pag. 7 del Vº volume, 1876.

a una distanza non troppo grande dagli oggetti, onde non isfuggano i dettagli necessari e affinchè i punti prescelti, che sono comuni a due o tre di essi, siano ben definiti. — Invece per i panorami illustrativi è utile che la distanza sia tale, per rapporto all'elevazione dei punti circostanti e della stazione, da permettere che venga compreso in uno stesso panorama una zona estesa di terreno (circa quella che il corrispondente foglio comprende) onde dall'ispezione del panorama si conosca immediatamente il carattere del terreno rilevato che si ha sottocchio; essi devono altresì essere presi da punti bene scoperti e conosciuti nel rilievo onde orientarsi prontamente sullo stesso. La linea d'orizzonte quotata ed il punto principale delle prospettive è utile si trovino indicati anche in questi panorami, onde sulle riproduzioni di essi si possa segnare una graduazione (come nel panorama del Gran Paradiso che presentai come tipo), sulla quale, leggendo immediatamente le distanze angolari fra i vari punti del panorama, si possa ritrovarli nel rilievo con un semplice rapportatore; anzi, i due assi segnati sulle prospettive che compongono questi panorami servono anche, mediante intagli fatti alle loro estremità e sopra le prove positive che devono servire come lucidi, a situare questi lucidi stessi sulla linea d'orizzonte e sulle verticali dei rispettivi punti principali, tracciate antecedentemente sopra un foglio, per potervi riportare — lucidandolo con una punta — il terreno rappresentato nelle varie prospettive del panorama. Così, essendo le dette verticali segnate su questo foglio, calcolando esattamente la costante distanza fra esse, cioè quella fra i punti principali di due prospettive contigue, è facile comprendere che il panorama in tratteggio, che ne risulta, è nell'insieme ben più esatto di quello ottenuto incollando successivamente le varie prove positive che lo compongono; come pure molto esatta riesce la graduazione accennata, poichè si tien conto, segnando il valore lineare dei gradi sulla prospettiva, dell'aumento che essi subiscono dal centro di questo verso il margine; per quello che già si disse.

Ho esposto già le condizioni a cui soddisfa l'apparecchio fototopografico che io feci costruire; colle successive modificazioni ch'esso ha subito in seguito ai miglioramenti che man mano la pratica mi suggerì, esso fornisce ora gli elementi delle stazioni panoramiche in modo da non chiedere che poche operazioni e calcoli per preparare il rilievo. In vista del terreno speciale che devo trattare, ho dovuto suddividere l'apparecchio in modo da poterlo trasportare anche in punti di difficile accesso: tre zaini di piccolo volume e del peso ciascuno di 6 a 7 chilogr., contengono rispettivamente il teodolite, la camera oscura e sei telai doppi con due vetri sensibili ciascuno, quanto basta cioè per una stazione. Tre piccoli astucci a tracolla portano la testa del treppiede, l'obbiettivo e una piccola bussola, e i tre

bastoni del treppiede, isolati, sono tre solidi *Alpenstock*. Tutte queste varie parti infine, si possono prontamente riunire in modo solidissimo.

Il lavoro di campagna consiste nello stabilire un piccolo laboratorio nel punto prescelto come centro del lavoro relativamente alle comunicazioni, alle distanze da percorrere, ai mezzi di trasporto, all'acqua, ecc.. Preparate delle lastre in quantità sufficiente (un centinaio alla volta) e chiuse le stesse in apposite scatole che le preserva dalla luce e dall'umidità, mi reco cogli attrezzi d'attendamento nel punto più elevato possibile, in vicinanza delle stazioni prescelte presuntivamente. Da questo secondo punto come centro, mi reco giornalmente ad eseguire le dette stazioni; le lastre, essendo preparate alla gelatina bromurata, possono svilupparsi anche dopo un mese; solamente sera per sera, con un piccolo fanale a vetri rossi, si ricambiano i vetri che nella giornata furono esposti, con nuove lastre per il giorno seguente; due soldati e una guida trasportano il tutto.

La gelatina sensibile che impiego da tre anni e che trovo convenientissima per questi lavori, è quella preparata da R. Kennett (« Instantaneous and ordinary sensitized pellicle ») servendomi a preferenza di quella ordinaria anzichè dell'istantanea; quest'ultima è meno costante nei risultati, perchè troppo sensibile per questi lavori in piena luce e con laboratori improvvisati in paesucoli di montagna. Coll'aplanatico di Steinheil — N. 6 — apertura 49^{mm} , distanza focale principale di 239^{mm} e col più piccolo diaframma $\frac{f}{34}$ (cioè di 7^{mm} di apertura) — la posa è di un minuto a un minuto e mezzo con bel tempo.

Situato l'istrumento nel punto di stazione, nelle condizioni favorevoli di tempo e di luce, a meno di accidenti imprevisti sia nelle solite correzioni al teodolite, sia nelle accennate rettifiche per ottenere colla più grande esattezza possibile il punto principale sulla prospettiva, si può eseguire il panorama e determinare la stazione in un'ora.

Per la determinazione della stazione occorre prendere almeno tre o quattro direzioni ai punti geodetici circostanti, oppure, in mancanza di qualcuno di questi, a punti determinati precedentemente come stazioni fototopografiche, o da queste intersecati, avendo cura altresì di segnarne l'altezza angolare nell'apposito libretto delle osservazioni. In questo si segnerà altresì la distanza f che si legge sulla graduazione dell'asticella e su quella circolare dell'obbiettivo dopo aver messo in fuoco il terreno da copiare.

Per mettere in fuoco, bisogna regolarsi sui punti di questo terreno, che si giudicano ad una distanza media dalla stazione: il panorama si fa, tenendo conto della direzione dell'asse ottico della camera per la prima prospettiva P' e aggiungendo successivamente la quantità β (che, come si disse, nel nostro caso è di 26°) per avere le direzioni per le prospettive

seguenti $P^1, P^2, P^3, \dots$; una direzione ad un punto geodetico servirà di origine per avere l'orientamento del panorama. Nell'accennato libretto si segnano pure tutte quelle indicazioni che si credono utili per la scelta delle stazioni successive e per il procedere del lavoro di campagna, la *durata della posa* o *dell'esposizione* per le varie lastre e a seconda delle condizioni diverse di luce, onde sempre meglio regolarsi in seguito intorno a questo dato incerto della fotografia, e infine si aggiungerà uno schizzo con informazioni utili al rilievo, nomi, strade, sentieri, capanne, ecc.,. Ultimate le stazioni intorno a questo centro e con tutti gli altri dati raccolti nel percorrere il terreno, si ritorna al primitivo centro, dove trovasi il laboratorio, si sviluppano le lastre riportate, si preparano nuovi vetri ordinando in pari tempo i panorami già fatti, e in seguito si riparte per un nuovo centro o attendamento, per continuare il lavoro come sopra. In tutto ciò si avrà cura di regolare l'andamento generale del lavoro in modo di eseguire nell'epoca più propizia (quando cioè la neve è in minor quantità, i passi ne sono sgombri e i ghiacciai si possono percorrere impunemente) le stazioni più elevate e che richiedono l'attendamento più disagioso, e ritenere invece per le altre epoche della campagna le stazioni basse e che riguardano il fondo dei valloni. È altresì importante la scelta delle stazioni, inquantochè essa deve essere in relazione coll'altezza e colla distanza dei punti del terreno da copiare, nonchè col carattere di esso, occorrendo moltiplicare le stazioni laddove il terreno è più frastagliato, onde non perdere nessuna porzione di esso, ed evitando, d'altra parte, di eseguire stazioni inutili in considerazione del tempo limitato per i lavori di quelle regioni. Finalmente queste stazioni devono collegarsi fra loro in modo che ogni più piccola parte del terreno sia vista da tre stazioni, o almeno da due, ma in quest'ultimo caso in modo, che i punti di esso si trovino determinati da buone intersezioni, che avvengano cioè con visuali che s'incontrino ad angoli non troppo acuti.

Per ogni negativa ottenuta si stampano almeno due prove positive su carta, necessarie, l'una per la formazione dei panorami da servire alla *ricognizione dei punti secondari* e da panorami rappresentativi, e l'altra per fornire le misure necessarie al rilievo; siccome nell'incollamento delle varie positive $P^1, P^2, P^3, \dots$ sopra cartone, per formare i detti panorami, esse subiscono uno stiramento notevole, così le misure delle ascisse e delle ordinate bisogna prenderle sulle positive sciolte.

Per il rilievo converrà prendere due tavolette, l'una per il *grafico*, cioè per tutte le operazioni necessarie alla determinazione dei punti, e l'altra per il *rilievo*. La prima deve essere tanto grande da contenere, oltre alle varie stazioni situate alla scala richiesta per il rilievo, le poligonalì o proiezioni orizzontali dei panorami alla scala naturale.

Situati adunque come ordinariamente sulle due tavolette e con eguale esattezza i punti geodetici, si situeranno altresì tutti i punti di stazione panoramica, determinando la loro posizione o col metodo di Potenot o graficamente, e la loro quota (prendendo per tale elemento la media dei valori di esso provenienti dai diversi punti geodetici) servendosi degli angoli misurati in campagna.

Si correggeranno i vari elementi dei panorami nel modo che ho descritto, quindi si traceranno, sulla tavoletta-grafica, le direzioni origini dei panorami e con un raggio f (cioè colla quantità data dalla graduazione dell'obbiettivo, debitamente corretta) si descriveranno degli archi di circonferenza dell'ampiezza del panorama. Con un rapportatore grafico (con nonio che dia anche il minuto primo) per mezzo degli orientamenti ω , traccio le direzioni delle prime prospettive P^1 dei vari panorami, a meno che non si sia tenuta, come avviene spesso, la direzione origine come direzione di una delle prospettive del panorama, prendendo cioè per brevità, la prima prospettiva, col filo verticale della camera in direzione di uno dei segnali geodetici.

Coll'angolo costante $\beta = 26^\circ$, che si aggiunge successivamente all'orientamento, si segnano col rapportatore grafico le direzioni, alle varie prospettive, che devono determinarne i punti principali, i quali saranno appunto gl'incontri di queste direzioni colle circonferenze antecedentemente tracciate. Per questi punti conduco le perpendicolari alle direzioni stesse, ed ottengo le traccie orizzontali delle varie prospettive, epperò le poligonali dei vari panorami. La situazione di queste poligonali deve essere fatta con gran cura ed esattezza, poichè dipende dai punti principali l'esattezza nella situazione dei punti secondari; è vero bensì, che, avendo molte stazioni e molti punti geodetici, si possono sempre, nel corso del lavoro, conoscere gli errori che si sono commessi in tale operazione, sia per mezzo del paragone fra i due valori delle ascisse di questi punti, ottenuti sulle prospettive e sulle corrispondenti loro traccie sul grafico, sia per il modo come avvengono le intersezioni delle direzioni (fra loro) da tre o quattro stazioni, ad uno stesso punto comune ai tre panorami o quattro, presi dalle stazioni stesse.

Per ottenere maggiore esattezza io calcolo per la distanza f come raggio il valore della corda sottesa all'angolo $\beta = 26^\circ$, il quale valore è per il nostro caso $2f \cdot \sin 13^\circ$ e porto col compasso a nonio questa quantità (partendo dal primo punto principale P^1 già situato) successivamente sulle conferenze descritte con raggio f (ossia che devono essere inscritte nelle poligonali) per avere i punti principali delle altre prospettive $P^2, P^3, \dots$. Quindi descrivo pure le circonferenze che devono circoscrivere

le poligonali, il raggio delle quali circonferenze è $\frac{f}{\cos 13^\circ}$. A dritta e a

sinistra dei punti P^1 , P^2 , P^3 ... come centri, col compasso e con raggio eguale alla metà del lato della poligonale, cioè eguale ad $f. \text{tang } 13^\circ$, determinino con piccoli archi sulle circonferenze circoscritte i vertici delle poligonali. Come prova di esattezza, questi piccoli archi devono intersecarsi esattamente sulla circonferenza che deve circoscrivere ogni poligonale, come pure i lati delle poligonali che si ottengono unendo due di questi vertici, contigui, devono altresì passare per il punto principale fra essi compreso, epperò devono essere tangenti in questo punto alle circonferenze inscritte. Ammesso ciò, si sarà sicuri che i lati delle poligonali sono perpendicolari alle direzioni dal punto di stazione in punti principali delle varie prospettive. Dopo controllata e rettificata la posizione delle varie poligonali rispetto ai punti geodetici, si passerà alla determinazione dei punti secondari. Sui panorami rappresentativi due a due, si farà la ricognizione dei punti ad essi comuni e ben definiti, ricercando minuziosamente quelli che si ritengono più utili, sia per tracciare le curve altimetriche, sia per l'andamento generale delle creste, direzione di torrenti, limiti di ghiacciai, ecc., ecc., regolandone la quantità a seconda della scala e dell'esattezza richiesta; si individueranno tali punti sui panorami, nonchè sulle prospettive sciolte corrispondenti, indicandoli con numeri o lettere in colore. Per mezzo di un compasso ordinario si porteranno le ascisse misurate sulle prospettive sciolte, sulla corrispondente traccia nel grafico, per avere le proiezioni orizzontali dei punti della prospettiva sul grafico stesso; con una riga che si fa rotare intorno ad uno spillo situato nei punti di stazione, si tirano le direzioni orizzontali ai punti stessi per averne poi la posizione, come già si è detto. È utile inano mano che si sono situati vari punti nel grafico, di riportarli nel rilievo (ciò si può fare col compasso o meglio con carta trasparente, appoggiandosi ai punti geodetici o di stazione fototopografica già situati), poichè altrimenti si arrischierebbe di perderne le tracce, in causa delle direzioni, da altre stazioni ad altri punti, che si tracciano in seguito. Controllata la posizione dei punti secondari più importanti, si determinerà, nel modo che si disse, anche la loro quota. In un apposito libretto sono registrati i vari punti secondari colla differenza di livello fra essi e le due stazioni di provenienza, nonchè la quota; per questa è da ritenersi la media dei due valori ottenuti dalle due provenienze. Dopo ciò non rimane altro che inserire, fra i punti segnati sul rilievo, le curve altimetriche, i particolari e tutti i dettagli necessari per caratterizzare il terreno rilevato, servendoci anche in questo caso del potente ausilio offerto dai panorami fotografici.