

C. — SUL SIGNIFICATO DELLA PAROLA « PENDENZA ».

Nota del socio prof. T. BADIA.

Nel *Bollettino della Società Geografica*, anno 1883, pag. 562-63, l'egregio professor Uzielli rimprovera i topografi, perchè essi dicono che le linee di displuvio hanno la minima pendenza e quelle di impluvio la massima pendenza, quando si guardano rispettivamente dall'alto al basso; e viceversa che le linee di displuvio hanno la massima pendenza e quelle di impluvio la minima quando si guardan dal basso all'alto. Soggiunge poi che qui si tratta di una quantità che ha valore assoluto e non un valore massimo o minimo, secondo il punto d'onde si guarda, *finchè si accetta per definizione della pendenza di una retta, come giustamente si fa sempre, l'angolo che la retta stessa fa col piano orizzontale.*

Bisogna qui notar subito che l'egregio professore confonde *pendenza* con *inclinazione all'orizzonte*.

È appunto a quest'ultima che conviene la definizione da lui data,

(1) Nella parte di questo lavoro, che fu pubblicata nel fascicolo di settembre, si prega di portare le seguenti correzioni:

Pag.	lin.	ERRATA	CORRIGE
804	1	Ivosine	Ivoline
805	18	Manangarisè	Manangarèse
806	32	reuirano	renirano
806	36	Ranamasina	Ranomasina
808	13	Beforana	Beforona
809	14	Vomzongo	Vonizongo
811	2	non solo afferma	non solo attenua
812	38	Tisarasaotra	Tsarasaotra
813	4	Mangasoarina	Mangasoavina
814	3	Neocomiano	neocomiano
815	12	Ambalaujankomby	Ambalanjanakomby
815	29	Sarobakini	Sarobakiny
816	33	Marohomby	Maroaomby
819	9	arintony	arintany
820	38	alla federazione Hova	alla invasione Hova
822	2	Nelle varie coste	Nelle varie caste
823	10	imbecilli e vili.	imbelli o vili.
826	19	Vediamo	Vedremo
828	35	Sakatava	Sakalava

ed è così indubitato che da qualunque punto della retta si misuri o si guardi l'angolo suddetto, esso rimane sempre lo stesso.

Ma la pendenza non è un angolo, essa è un rapporto, il rapporto cioè che passa fra la distanza verticale e la orizzontale di due punti della retta che si considera. Così data sul terreno una retta qualunque OP , ed essendo OP la sua posizione orizzontale, la sua pendenza sarà $\frac{PP'}{OP}$. Ricorrendo alla trigonometria, e chiamando α l'angolo POP' ,

questo rapporto possiamo semplicemente esprimere con $\text{tang } \alpha$, oppure con $\text{cot } \varphi$ chiamando con φ l'angolo POZ , che la linea PO fa colla verticale del punto O .

Teniamo per ora quest'ultima espressione.

Se invece che in O noi facciamo stazione in P , avremo l'angolo φ' supplementario di φ , sarà quindi $\text{cot } \varphi' = -\text{cot } \varphi$. Dunque la pendenza di una retta qualunque OP , a seconda che si misura dal punto O o dal punto P , presenta sì due valori eguali, ma di segno contrario.

Ciò posto, egli è chiaro che se $\text{cot } \varphi$ è massimo, $\text{cot } \varphi'$ sarà minimo e viceversa. Infatti se chiamiamo con m il massimo valore che su un dato terreno può assumere $\text{cot } \varphi$, sarà $\text{cot } \varphi' = -m$ ed a qualunque altro valore $n < m$ corrisponderà un valore $-n > -m$; e così pure a qualunque valore $l > m$ corrisponderà un altro $-l < -m$.

Naturalmente veniamo allo stesso risultato, se invece di considerare $\text{cot } \varphi$, consideriamo $\text{tang } \alpha$, avvertendo che questa tangente ha valore positivo o negativo secondo che l'angolo α è di elevazione sull'orizzonte del punto di stazione o di depressione sotto l'orizzonte stesso.

È in questo senso che i topografi osservano come le linee di im-
pluvio abbiano la massima pendenza guardate d'alto in basso, la minima guardate dal basso in alto, e come l'opposto avvenga per quelle di displuvio.

Tutto ciò è matematicamente esatto, è niente altro che la traduzione in parole di una delle formole di cui conviene continuamente far uso nel rilevamento topografico, riferendo i diversi punti del terreno ai soliti tre assi ortogonali passanti per quello di essi punti che si assume come origine delle coordinate definitive. Sia O questo punto; sappiamo allora che uno degli assi, l'asse delle z , è la verticale di O , che gli altri due giacciono nel piano orizzontale passante per O , e l'uno, l'asse delle x , è la meridiana di O , l'altro, l'asse delle y , è la perpendicolare da O condotta alla meridiana stessa.

La posizione di un punto qualunque P visibile da O si determina

misurando (indirettamente) la distanza orizzontale d di P da O , e poi l'azimut θ e la distanza zenitale φ di P . Le coordinate del punto P sono allora $x = d \cos \theta$, $y = d \sin \theta$, $z = d \cot \varphi$.

Ora siccome l'azimut si conta da N. per O. a S. e ad E., e può prendere così tutti i valori da zero a 2π , naturalmente $\sin \theta$ e $\cos \theta$ saranno ora positivi ora negativi; ma è appunto da questi segni che si deduce la posizione di P in uno od in altro dei quadranti. Similmente, siccome la distanza zenitale varia da zero a π , $\cot \varphi$ ora sarà positiva ora negativa; ma è appunto da questi segni che deduciamo che il punto P è sopra o sotto l'orizzonte di O .

Egli è dunque chiaro come i topografi, trattando di simili argomenti, debbano adottare espressioni che si adattino a tutti i casi, a tutti i valori positivi e negativi di $\sin \theta$, $\cos \theta$ e $\cot \varphi$; e $\cot \varphi$ sappiamo essere appunto la pendenza della retta OP .

Nella pratica però, quando non ci sia bisogno di generalizzare tanto le espressioni, nel linguaggio ordinario gli stessi topografi per primi sogliono fare una distinzione. Quando l'angolo φ è acuto si dice che si ha una *rampa* o *contropendenza*, quando invece φ è ottuso si dice che si ha una *pendenza*.

A questo proposito bisogna però fare una osservazione. Quando $\varphi = \frac{\pi}{2}$, la linea OP è orizzontale, se φ prende successivamente valori più piccoli $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots$ allora $\cot \varphi$ assume valori positivi sempre più grandi $m_1, m_2, m_3, \dots$ e così dicesi che la contropendenza *aumenta*, finchè per $\varphi = 0$ si ha $\cot \varphi = \infty$, ed allora OP è verticale, ed il terreno, secondo essa, forma una parete, una muraglia. Quando invece φ assuma valori maggiori di $\frac{\pi}{2}$ ed uguali a $\pi - \varphi_1, \pi - \varphi_2, \pi - \varphi_3, \dots$ allora $\cot \varphi$ avrà i valori negativi $-m_1, -m_2, -m_3, \dots$; noi però diciamo pure che la pendenza *aumenta*, finchè essendo $\varphi = \pi$, e quindi $\cot \varphi = -\infty$ la linea OP è verticale, ed il terreno secondo essa forma un precipizio.

Così, come si vede, si ha riguardo solo al valore assoluto di $\cot \varphi$, poichè il segno da cui essa è affetta è indicato dalle parole « contropendenza » (segno positivo) e « pendenza » (segno negativo). Allora ad una pendenza massima corrisponde una contropendenza massima, ad una pendenza minima una contropendenza minima, ed in generale la pendenza di una retta ha valore uguale alla contropendenza della retta stessa.

Ma pur troppo nel linguaggio comune la parola pendenza viene

usata spesso per indicare tanto una salita quanto una discesa, senza tener conto del segno, ma solo badando al valore assoluto di $\cot \varphi$. Ciò naturalmente non può che portar confusione e dar luogo a false interpretazioni. E pur non sempre correttamente viene usata la parola *scarpa*.

Con *scarpa* di una retta propriamente si indica il rapporto fra la distanza orizzontale e la distanza verticale di due punti della retta stessa. Ritenendo in generale il significato dato più sopra alle lettere d e z , la scarpa di una retta sarà uguale a $\frac{d}{z}$ ossia a $\tan \varphi$. Col variare dell'angolo φ da zero a π anche la scarpa prende, come la pendenza, due serie di valori eguali, ma di segno contrario. Bisogna però osservare che la parola « scarpa » non può correttamente usarsi se non quando φ sia compreso fra zero e $\frac{\pi}{4}$, se guardiamo dal basso all'alto, o fra $\frac{3}{4}\pi$ e π , se guardiamo dall'alto al basso.

Quando φ è uguale a zero od a π , la scarpa è nulla; quando φ è uguale a $\frac{\pi}{4}$ od a $\frac{3}{4}\pi$, si dice che la retta che si considera è *a tutta scarpa*. Allora si ha $d = z$ e $\tan \varphi = \pm 1$. In questo caso speciale, essendo anche $\cot \varphi = \pm 1$, si viene ad avere la scarpa uguale alla pendenza.

In generale, siccome è sempre il prodotto $\tan \varphi \cot \varphi = 1$, pendenza e scarpa sono rapporti reciproci.

Un uso, o meglio un abuso notevole della parola scarpa è quello di indicare con essa addirittura la distanza orizzontale d degli estremi della retta che si considera, esprimendo questa distanza in metri o in piedi, ecc. Ciò, per quanto in molti casi sia comodo, non è corretto; ad ogni modo allora si suppone nota la distanza verticale z , onde mentalmente si possa stabilire il rapporto $\frac{d}{z}$. Qualcosa di simile succede anche per la pendenza, che in questo caso deve dirsi propriamente *pendenza totale*, intendendo per pendenza totale di una retta da un suo punto P ad un altro punto O la distanza verticale di P da O . Così in questo caso si suppone nota la distanza orizzontale dei due punti estremi indicati, ed allora si può mentalmente stabilire il rapporto $\frac{z}{d}$.

In generale anzi, parlando di strade, di canali, ecc., si dice semplicemente pendenza totale da P ad O , avendo riguardo non ad una retta

$P O$, ma ad una linea qualunque $P P_1 P_2 \dots O_2 O_1 O$, della quale si conosce esattamente lo sviluppo. Onde si può vedere se questa linea ecceda o no i prestabiliti limiti di *tassa di pendenza*, ossia si può vedere se la differenza di livello fra due punti qualunque di essa linea, distanti l'uno dall'altro di un'unità di misura, sia compresa entro i valori assunti come limiti.
